

EQUATIONS

I. Egalités et opérations :1) Egalités et additions / soustractions :

Propriété :

Une égalité reste vraie si on *ajoute* (ou si on *soustrait*) un même nombre à ses deux membres.
C'est-à-dire pour tous nombres relatifs a, b et c

$$\text{Si } a = b \text{ alors } a + c = b + c \text{ et } a - c = b - c$$

Preuve :

$$\text{Si } a = b \text{ alors } a - b = 0$$

$$\text{Et donc, } a + c - c - b = 0$$

$$\text{Par conséquent, } a + c - (b + c) = 0$$

$$\text{Alors on a bien : } a + c = b + c$$

2) Egalités et multiplications / divisions :

Propriété :

Une égalité reste vraie si on *multiplie* (ou si on *divise*) ses deux membres par un même nombre **non nul**.

C'est-à-dire pour tous nombres relatifs a, b et c

$$\text{Si } a = b \text{ et } c \neq 0 \text{ alors } a \times c = b \times c \text{ et } a : c = b : c$$

Preuve :

$$\text{Si } a = b \text{ alors } a - b = 0$$

$$\text{Et donc, } (a - b) \times c = 0$$

$$\text{Par conséquent, } a \times c - b \times c = 0$$

$$\text{Alors on a bien : } a \times c = b \times c$$

II. Résoudre des problèmes conduisant à une équation du premier degré à une inconnue :1) Vocabulaire :

Définition :

Une **équation** est une égalité de deux expressions (appelées les **membres** de l'équation) dans laquelle apparaissent des nombres inconnus désignés le plus souvent par des lettres (les **inconnues**).

Une **équation du premier degré à une inconnue** est une égalité dans laquelle **une** quantité est inconnue et son **exposant est égal à 1**.

Exemple :

$$\boxed{4x + 2} = \boxed{6}$$

Membre de gauche
Membre de droite

2) Résoudre une équation :

Définition :

Résoudre une équation, c'est déterminer toutes les valeurs que peut prendre l'inconnue (ou les inconnues) pour que l'égalité soit vraie.

Ces valeurs sont les solutions (ou les racines) de l'équation.

Méthode :

Il faut isoler l'inconnue dans un des membres de l'équation avec les propriétés du I.

$$4x + 2 = 6$$

$$4x + 2 - 2 = 6 - 2 \quad (\text{Propriété 1 : on soustrait 2 à chaque membre})$$

$$4x = 4$$

$$x = \frac{4}{4} \quad (\text{Propriété 2 : on divise chaque membre par 4})$$

$$x = 1$$

La solution de cette équation est $x = 1$

3) Problème conduisant à la résolution d'une équation du premier degré à une inconnue :

Exemple :

Énoncé : Dans une entreprise, il y a 4 hommes de plus que de femmes.

Si 3 femmes quittaient l'entreprise, il y aurait alors deux fois plus d'hommes que de femmes.

Question : Combien l'entreprise emploie-t-elle d'hommes ? De femmes ?

Voici les diverses étapes de la résolution :

- Choix de l'inconnue :

Soit x le nombre d'hommes dans l'entreprise

Le nombre de femme dans l'entreprise est alors $x - 4$

- Mise en équation :

Si 3 femmes quittaient l'entreprise, il en resterait alors $x - 4 - 3$. C'est-à-dire $x - 7$

Il y aurait alors deux fois plus d'hommes que de femmes donc $x = 2 \times (x - 7)$

- Résolution :

$$x = 2 \times (x - 7)$$

$$x = 2x - 14$$

$$x - 2x = 2x - 14 - 2x \quad (\text{Règle 1 : on soustrait } 2x \text{ à chaque membre de l'équation})$$

$$-x = -14$$

$$x = 14 \quad (\text{Règle 2 : on multiplie chaque membre par } -1)$$

- Interprétation du résultat :

Il y a 14 hommes dans cette entreprise.

Et le nombre de femme est de $x - 4 = 14 - 4 = 10$.